

海狸(Bebras)国际计算思维挑战

E级样题

样题一 神奇的饮料机（易）

海狸们有一种神奇的饮料机。关键部件是个转换器，一端有两个入口，另一端有一个出口。如图1所示。

如果从两个入口倒入巧克力奶，饮料机将制作出白色牛奶。（如图1所示）

如果把白色牛奶倒进两个入口里，出来的则是巧克力色牛奶。

如果把两台饮料机按照如图2所示连接起来，然后把巧克力奶倒入最上面的两个入口，出来的还是巧克力奶。注意：中间的绿色连接器对牛奶没有影响。



图 1

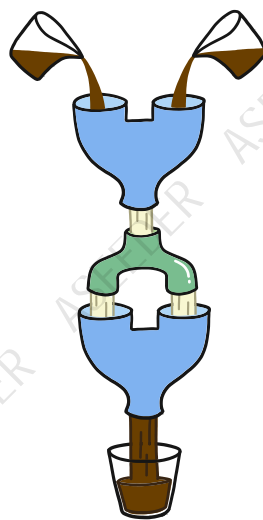


图2

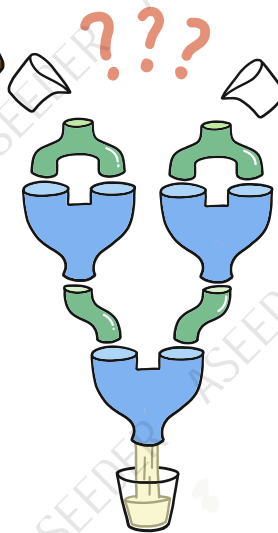






图3

问：如果按照图3所示，连接三台机器时，应该将什么样的牛奶倒入上方两个入口，出来的会是白色牛奶？

- A. 白牛奶，白牛奶
- B. 白牛奶，巧克力牛奶

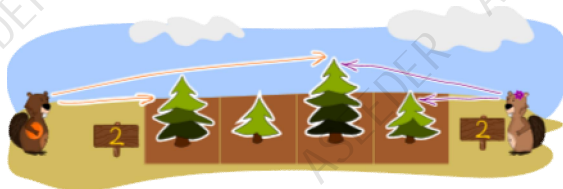
- C. 巧克力牛奶，白牛奶
D. 巧克力牛奶，巧克力牛奶

样题二 树的数独（易）

海狸们的某片田地被分成16块，以 4×4 的网格排列，每一块地里可以栽一棵树。他们要在每一块地里种了16棵高度分别为1（）、2（）、3（）和4（）的树，栽种方法是：

- 每一行（水平方向）都包含每种高度的一棵树；
- 每一列（垂直方向）都包含每种高度的一棵树。

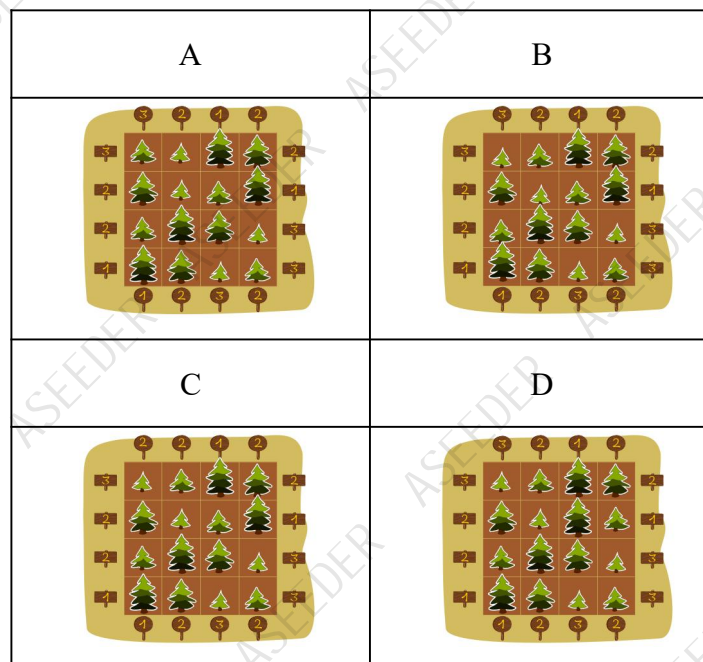
如果海狸站在一边观察一排的树（见下图），他们将看不到隐藏在在一棵更高的树后面的树。在 4×4 场地的每一行和每一列的末尾，海狸们都在上面放了一个标志，并在上面写下从这个位置可以看到的树木的数目。



海狸卡布正确地记下了标牌上的数字，但他把一些树放错了位置，结果如下图所示。

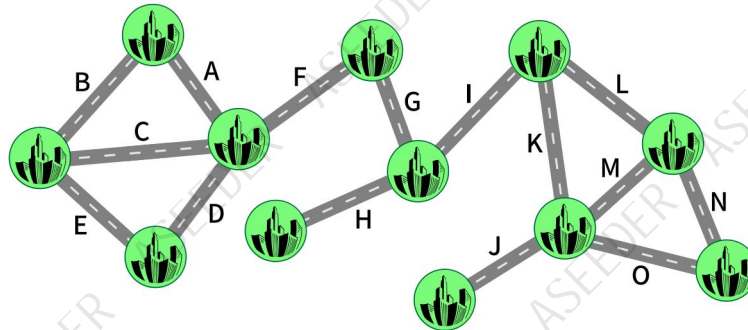


问：你能找出卡布犯下的错误并改正树的高度吗？请选择修改后正确的选项。



样题三 疫情危机（易）

海狸王国的12个城镇通过公路连接在一起（公路名称分别为A至O之间的英文字母），如下图所示：



通过一条或多条道路直接或间接连接的城镇构成一个“社区”。目前，所有12个镇都属于同一社区。

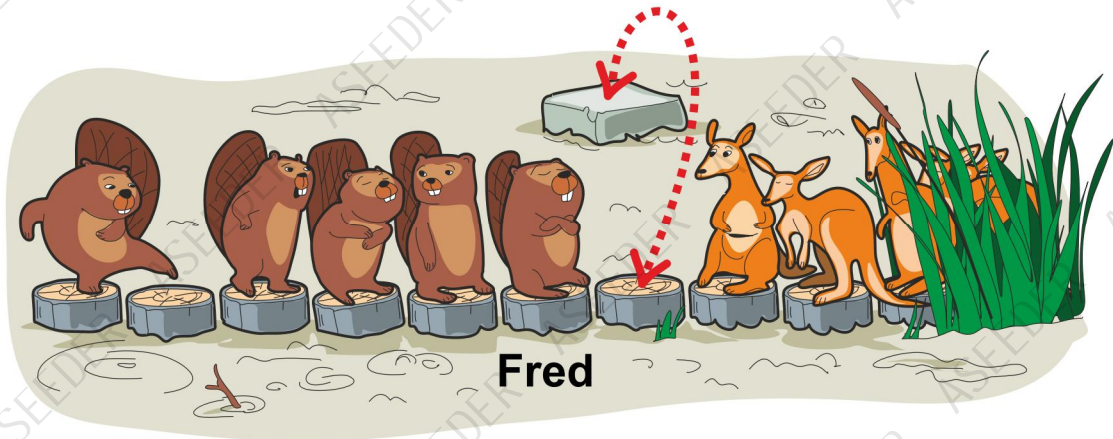
不幸的是，由于疫情暴发，为了减少城镇之间的旅行，市长们决定，关闭两条高速公路（使用路障）。他们的目标是将国家分为三个独立的社区。他们希望将经济干扰降到最低，因此，一旦路障就位，由此产生的三个社区中的最小的社区，应包含尽可能多的城镇。

问：他们应该关闭哪两条路？

- A. FG
- B. AB
- C. FI
- D. GI

样题四 海狸 vs. 袋鼠（中）

五个海狸正在走木桩穿过沼泽，迎面遇到了一群袋鼠。双方行进方向不同，且都不想被弄湿或变脏，所以他们就停在了路上。袋鼠发现，可以从一个特定的木桩跳到路边的一块石头上，然后再跳回到该木桩。但是，一次只能有一只袋鼠站在石头上。海狸和袋鼠都不介意一直往后退，但海狸 Fred 只愿意最多退后10次。



问：若按照 Fred 的意愿，有多少只袋鼠可以从他旁边走过而不需要后退？

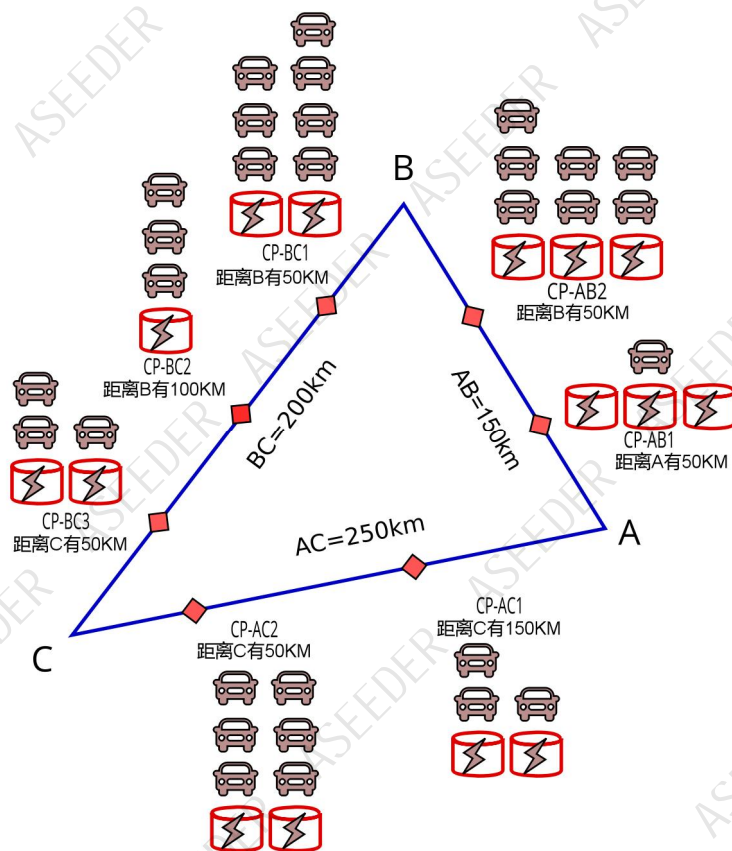
- A. 超过10只袋鼠可以通过 Fred
- B. 恰好有10只袋鼠可以通过 Fred
- C. 恰好有6只袋鼠可以通过 Fred
- D. 恰好有4只袋鼠可以通过 Fred

样题五 电动汽车队列（中）

海狸卡尔有一辆每小时行驶100公里的电动汽车，充满电后可以行驶200公里。在电动车电量耗完之前，可以随时为汽车充电。无论充电时电动汽车还剩下多少电量，每次充电都需要1个小时使汽车充满电。

如下图所示，有 A、B、C 三个城市，有三条连接 A，B 和 C 的道路，分别是 AB, AC 和 BC。卡尔从 A 市开始，希望在尽可能短的时间内访 B 市和 C 市。卡尔可以选择任何可能路径，比如先到 B 市再到 C 市，或先到 C 市再到 B 市。经过 B 市或 C 市时，他必须停留30分钟，但在这期间他的电动汽车不会损失任何电量。

沿路有充电站，每个充电站都有一定数量的充电点（红色圆柱）。在每个充电点都可能有一辆汽车在排队，你必须等待它们完成充电才能使用该充电点。例如，在充电站 CP-AB1 上有三个充电点，其中两个是空的，另外一个充电点只有一辆汽车在队列中。排队等候的每辆汽车都需要1个小时的充电时间。当你从 A 市出发时，每个队列中的第一辆汽车才刚刚开始充电。当你出发时，你的汽车是满电的。

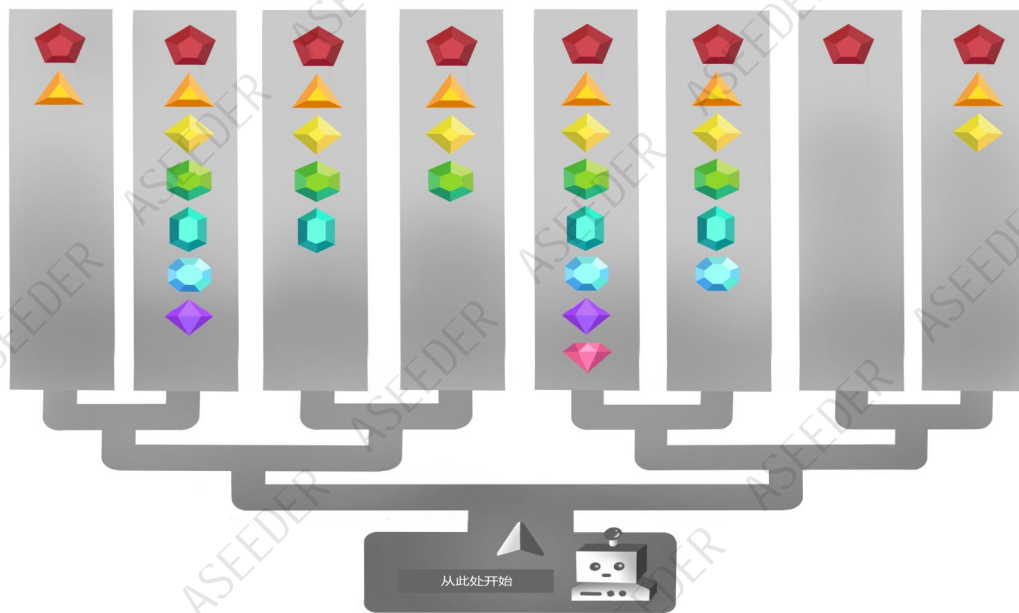


问：从 A 点出发，到 B 点和 C 点最少需要多长时间？

- A. 5 个小时
- B. 6 个小时
- C. 6 个小时 30 分钟
- D. 7 个小时

样题六 机器人宝石迷宫（中）

爱丽丝和鲍勃在一个宝石迷宫中做游戏，他们需要控制机器人的行进。机器人在迷宫中开始的位置如下所示。机器人将一直沿着这条路走，直到到达迷宫中的一个岔路口。由一名玩家决定机器人走哪条路（左或右）。然后机器人会再次沿着这条路走，直至遇到岔口，以此类推。



爱丽丝和鲍勃轮流做决定，爱丽丝先做。当机器人进入死胡同时，游戏结束，且机器人会带走胡同里的所有宝石。爱丽丝想让机器人最终得到的宝石数最多，而鲍勃想让机器人得到最少的宝石。爱丽丝和鲍勃都知道彼此的想法，并且他们都想在智力上胜过对方。例如，如果鲍勃引导机器人走到一个能获得3或7个的宝石岔路口，他知道爱丽丝会指挥机器人去往通往7个宝石的路径。

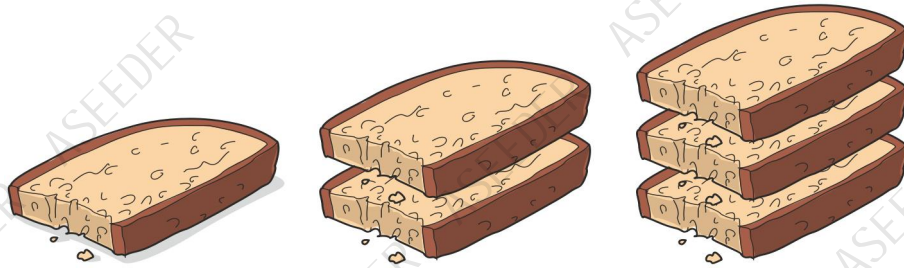
问：如果二人都没有做出不正确的决定，机器人最终会有多少宝石？

- A. 4
- B. 5
- C. 7

D. 8

样题七 面包交流（难）

两个住在修道院的兄弟尝试找到彼此不说话，但仍然能保持沟通的方法。他们想出了一个办法，利用午餐时每个人得到的6片面包来互相交流。他们把各自的6片面包堆在桌子上。堆数可以为1到6个，且每个人的6片面包都被用完。堆的排列表示他们想要交流的单词。比如，“hello”这个词可以通过如下摆放方式来表示：（不同的摆放方式可以代表一个且仅只有一个单词）

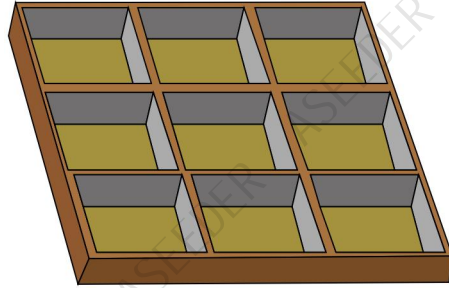


问：通过这种方式，兄弟俩一共能传递多少个不同的单词？

- A. 6
- B. 12
- C. 32
- D. 64

样题八 十六个大理石和盒子（难）

海尔有一个带有9个小隔间的盒子，和9个弹珠（如下图所示）。



海尔用以下规则选择0到9个弹珠并将它们放置在隔间中（9粒弹珠不一定要都放进盒子中），放置的规则如下：

- 每个弹珠放在不同的隔间中；
- 每行弹珠总数为偶数；
- 每列中的弹珠总数为偶数；

问：海尔可以有几种不同的放置方式？

- A. 12
- B. 16
- C. 64
- D. 512

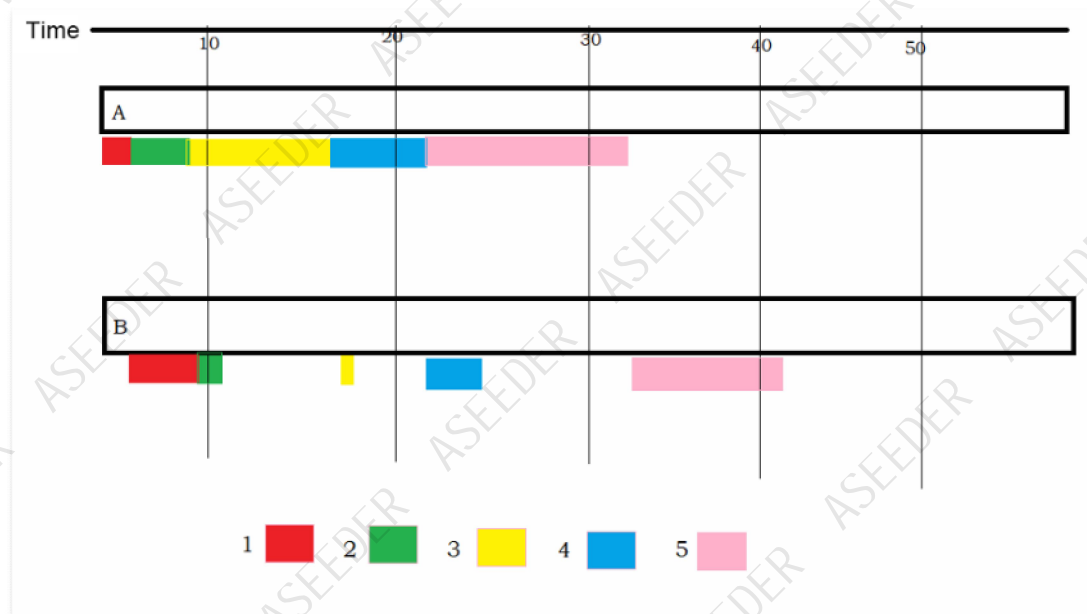
样题九 最优加工流程（难）

某汽车制造厂收到5种零部件的生产订单，这5种零部件需要先在A车间生产，然后在B车间喷漆美化。我们需要合理安排这些零部件的生产加工顺序，在最短时间内完成所有订单。

这5种零部件分别在A、B车间的加工时间（单位：小时(h)）如下：

编号	零部件	A 车间	B 车间
1	车身后部	3h	6h
2	车身前部	5h	2h
3	轮胎	8h	1h
4	车门	7h	4h
5	车身骨架	10h	9h

例如，如果这5种零部件生产加工的顺序为1-2-3-4-5，则需要总时间为42小时。



问：完成这5种零部件生产加工最少需要多少小时？

- A. 33
- B. 34
- C. 35
- D. 40

样题十 数学机器（难）

海狸们制造了一个数学机器，它接受一个数字（正整数）作为输入，并返回一个数字作为输出。

在机器内部，使用了很多个组件，所有的组件都有相同的工作方式。每个组件都接受三个数字的输入，然后按照下列过程处理这些数字：

如果第一个数字是1，那么返回输入的第三个数字作为输出；

否则：

第一个数字减1，结果作为新的第一个数字；

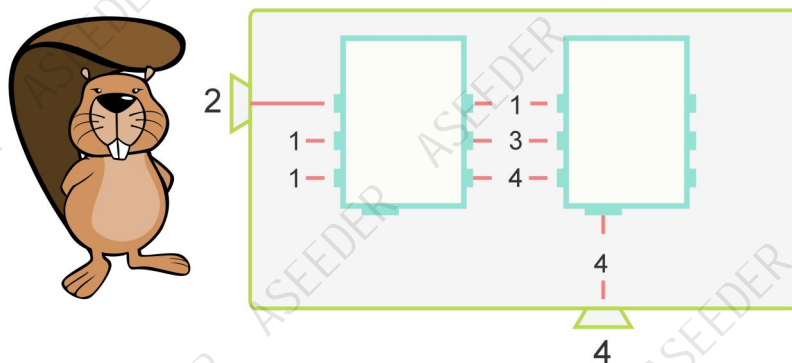
第二个数字加2，结果作为新的第二个数字；

把新的第二个数字和第三个数字相加，结果作为新的第三个数字；

把这些新的数字传递给下一个组件，重复上述过程直至可以输出数字。

当数学机器接收到输入数字时，它会把这个数字作为第一个组件的第一个输入数字，而该组件的其他两个输入数字都是1。

下图展示了输入数字为2时，数学机器对其的处理过程。在这个案例中，数学机器只使用了2个组件就输出了结果。



问：下列哪些数字是这台数学机器可以输出的结果？

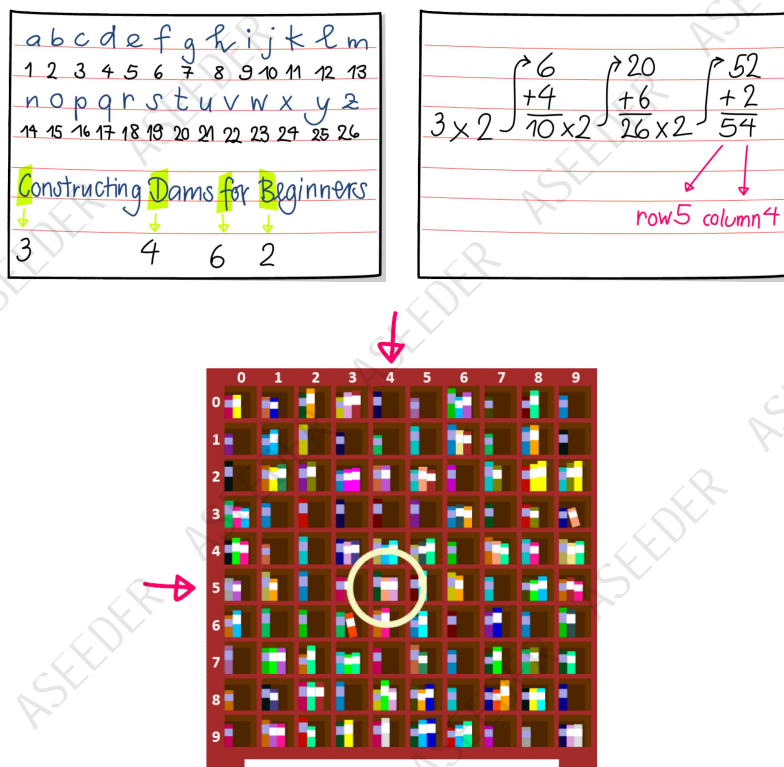
- A. 1100250
- B. 150250
- C. 50100400
- D. 1100400

样题十一 借书（中）

蒂姆陪姐姐去百博思公共图书馆。图书馆只有一个巨大的书架。她们想借《Constructing Dams for Beginners》一书。

当她们到达图书馆，姐姐径直走向书架，拿出要找的书。

“你怎么知道书在哪里？”蒂姆惊讶地问。姐姐微笑着给他看了两张纸：



姐姐说：“我取了标题中每个单词的首字母，根据对照表将他们转换成数字。然后把第一个字母的数字乘以2，再加上第二个字母的数字。接着将结果乘以2，并加上第三个字母的数字。将结果再次乘以2，并加上最后一个字母的数字。最后根据十位数和个位数分别确认了格子在几行几列，找到这个格子，从格子里的三本书中很容易就找到要找的书”。

“那大于99的数字呢？”蒂姆问。

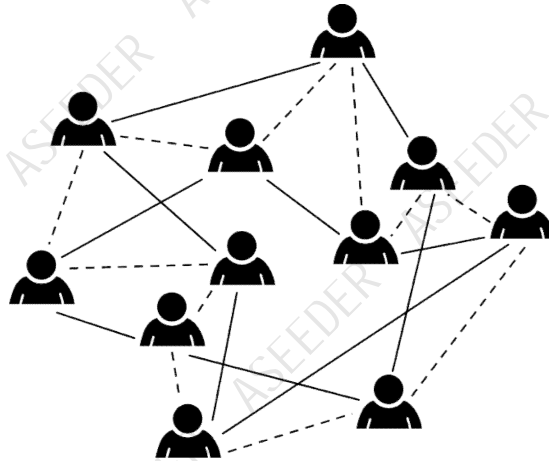
姐姐回答：“只看个位和十位两位数字，不看其他位”。

请问，你在书架哪个地方可以找到《How to Avoid Falling Trees》这本书？

- A 第一行第二列
- B 第二行第四列
- C 第三行第一列
- D 第四行第三列

样题十二 审计委员会（难）

百博思城的议会成员可能与其他议会成员形成工作、家庭、政党或商业伙伴的关系。



议会有11名成员。图中所示的任意两个有关系的成员由一条线连接。但是议会审计委员会需要由相互之间没有关系的议员组成。

那么请问，审计委员会最多可以有多少名成员？

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

样题参考答案及解析

样题一 神奇的饮料机（易）

答案：A

解析：

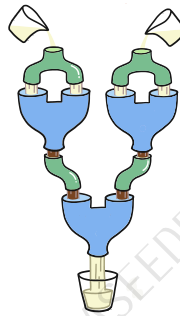


图 4

如图4所示，为了得到最后的白牛奶，巧克力牛奶必须加入到第三台机器的两个漏斗中。换句话说，巧克力牛奶应该来自最上面两台机器。

为了从顶部的两台机器中获得巧克力牛奶，每台机器产生的牛奶都应该是白牛奶。且由连接器的形状可得，上层机器的两个漏斗中的有相同的内容物。因此，为了使白牛奶最后出来，要倒在上面的牛奶是<白牛奶，白牛奶>。

样题二 树的数独（易）

答案：B



解析：

当查看卡布最初的场景时，发现树木的位置是遵循规则的（每行和每列包含四棵树，每棵树的高度都是四棵），但标志上的数字与从每个位置看到的树的数量不一致。

要解决这个问题，请先确定正确的行或列，即符号上的数字与可见树的数量相匹配。经过检查，第2行和第3行；第2列和第4列不应更改，因为它们是正确的。

有一些行或列的树数不正确，从标志可见，需要改变一些树的大小。第1行和第4行以及第1列和第3列都有标记，且与所看到的树的数量不一致，因此一定是树的位置不正确。

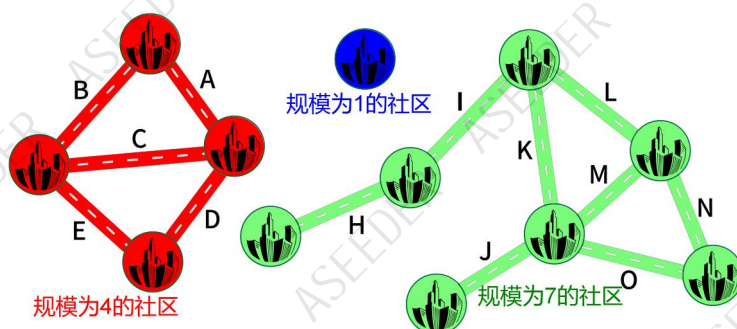
使用这个逻辑，我们可以识别出这些行和列相交处需要更改的树木类型（见上图中红色阴影部分）。正确的行和列保持不变，只改变树木的高度。在第一列中，交换红色阴影部分的树，这可以确保标牌的读数正确，在第3列中也是如此。

通过改变这四个位置的树，直到所有的行和列都遵守规则（每行和每列包含四棵树，它们的高度都是四个高度）并且是标志的正确高度，就可以解决这个问题。

样题三 疫情危机（易）**答案：**C**解析：**

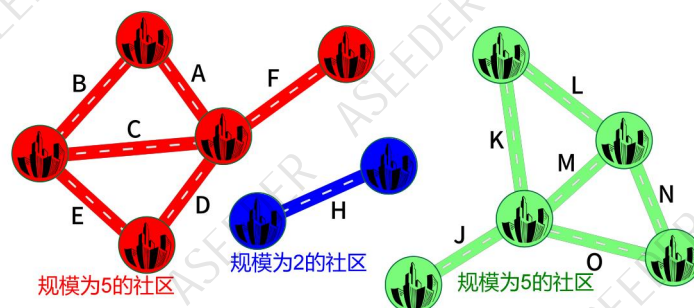
首先你可以忽略一些道路，因为在道路上设置路障不会分裂社区。例如，如果你关闭道路C，人们仍然可以改用道路A和B出行。仔细观察，就会发现只有关闭F，G，H，I和J五个道路之一，才能将社区分成较小的部分。如果你同时关闭A和B两条道路，则将单个城镇与其余道路分开设置，但是你已经用完了两个路障，最终只能得到两个单独的社区，而不是三个社区。

现在尝试关闭这五个道路中所有两条道路的所有组合，并分别检查最小社区的规模。例如，如果我们关闭道路F和G，则三个最终的社区规模分别为4、1和7，最小的社区规模为1，如图所示。

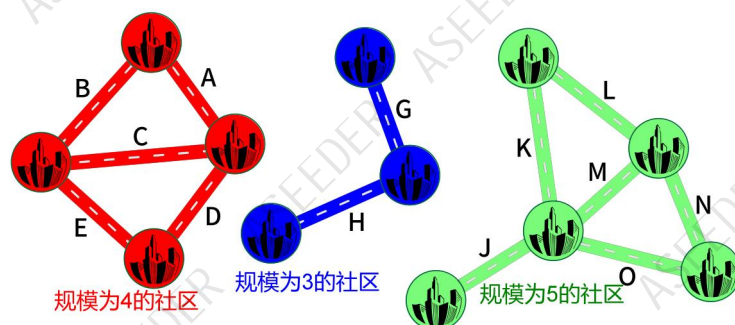


可以导致最小规模为1的小社区的其他组合是 FH, FJ, GH, GJ, HI, HJ 和 IJ。

封闭道路 G 和 I 会导致社区的大小分别为5、2和5，以及最小的社区大小为2，如图所示：



仅剩一个组合 FI。在这种情况下，社区的大小为3、4和5，最小的社区大小为3。



对于此任务，我们希望三个社区中最小的一个社区包含尽可能多的城镇。因此，最后一个示例正是我们想要的。

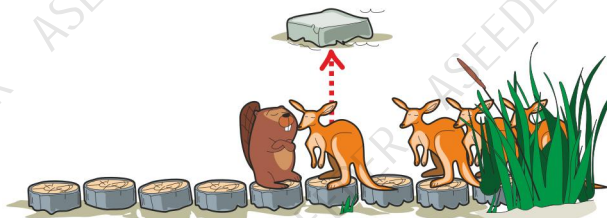
样题四 海狸 vs. 袋鼠（中）

答案：C

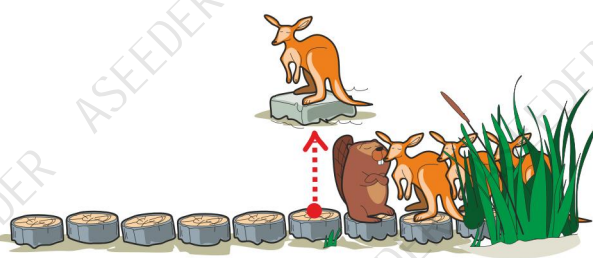
解析：

除去 Fred 之外的所有海狸现在都可以忽略，因为他们愿意一直返回。现在按照 Fred 的意愿，让袋鼠们通过，他们应该按下图方式移动：

袋鼠跳到石头上：



Fred 往前走两步



袋鼠跳回到路径上并可以继续前进：



Fred 退后两步，给另一只袋鼠跳上石头的可能性：



通过执行此步骤序列5次，Fred 可以通过总共返回10步来让5只袋鼠通过。然后又有一只袋鼠可以通过，因为 Fred 将再次站在其初始位置。因此，如果 Fred 退后10次，总共可以通过6只袋鼠。

这可以用数学公式表示。如果 Fred 想让 k 只袋鼠通过，他必须向后走 $s = 2 \times (k - 1)$ 步。求解袋鼠的数量 k ，公式为 $k = 0.5 \times s + 1 = 0.5 \times 10 + 1 = 6$

样题五 电动汽车队列（中）

答案：B

解析：卡尔出发时汽车是满电的，从A市出发到B市在电动车电量耗尽前必须加油一次，选择在CP-AB1的第一、第三充电桩进行充电不需要排队，选择在第二充电桩充电则需要等候0.5小时，电动车行驶到CP-AB1为0.5小时，充电时间为1小时，CP-AB1到B市为1.5小时，若选择在B市停留时间为0.5小时，总计时间为3小时，若不选在B市停留，则总计时间为2.5小时；电动车电量还足以行驶100KM。

卡尔在电动车电量耗尽前必须充电，第二次充电选择在CP-BC1的第一个充电桩，不需要排队等候，选在在CP-BC1的第二个充电桩则需要等候0.5小时，充电时间为1小时，充满电后，CP-BC1到达C市有150KM路程，直接将车开到C市用时1.5小时，若选在C市停留，电动车行驶到CP-BC1为0.5小时，充电时间为1小时，CP-BC1到C市为1.5小时，停留0.5小时，总计时间为3.5小时，若不选在C市停留，总计时间为3小时。

卡尔经过B市或C市时，必须停留30分钟，因此选择在B市停留C市不停留时间为 $3+3=6$ 小时；选在在B市不停留C市停留时间为 $2.5+3.5=6$ 小时，因此从A市出发，到B市和C市最少需要6小时。

样题六 机器人宝石迷宫（中）

答案：B

解析：

爱丽丝知道如果她让机器人在第一个转弯向右走，鲍勃不会让机器人接下来向左走。因此，机器人永远不会得到6或8个宝石。所以如果爱丽丝让机器人向右走，机器人只能得到最多3个宝石。但如果机器人向左走，它有可能得到更多。（稍后你会看到，如果机器人向左走，它不可能得到2个宝石，所以它只能得到4个、5个或7个宝石，这些宝石数量都大于3。）因此，在第一个转弯时，爱丽丝让机器人向左走。鲍勃知道如果他让机器人在第二次转弯向左走，爱丽丝不会让机器人向左走。因此，机器人永远不能得到2个宝石。如果鲍勃让机器人向左走，机器人会得到7个宝石。如果向右走，机器人可能得到更少的宝石。因此，在第二次转弯时，鲍勃让机器人向右转。最后，在第三次转弯时，爱丽丝显然会让机器人向左走。因此，机器人最终会有

5个宝石。

样题七 面包交流（难）

答案：C

解析：

每个人有6片面包，可以考虑用以下方法来摆放：

首先，把第一片放到桌上。接着，抛硬币。如果是正面，把下一片面包放到上面；如果是反面，另起一堆摆放。继续抛硬币，直到所有的面包都摆放好。

按照这种方法，可以让面包的每一种排列方法都有可能实现。

题目中给出的示例，将是抛到反面、正面、反面、正面、正面的结果。

由于需要抛5次硬币来摆放6片面包，每次抛硬币都有两种可能的结果，因此有 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 种不同的摆放面包的方法。

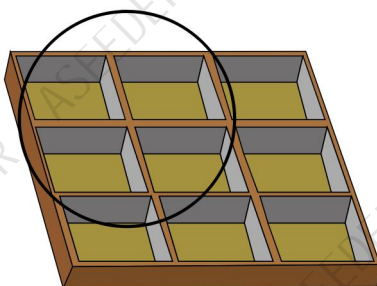
因此，兄弟俩可以交流32个不同的词。

样题八 十六个大理石和盒子（难）

答案：B

解析：

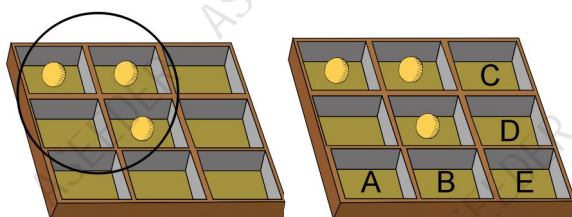
首先可以考虑一下盒子的 2×2 部分。



此部分有4个隔间，每个隔间中都有可能装有一个弹珠，也可能没有。因此，海尔在此部分中可以使用 $2^4 = 16$ 种不同的方式放置弹珠。

经过观察后，一个重要发现是：在海尔确定如何填充此部分之后，海尔不需要再考虑如何填充其余的行和列。因为对于剩余的隔间，行总数和列总数必须为偶数的要求对其有着限制。

例如，假设海尔填充的部分如下：



由于第一列只有一个弹珠，海尔必须将弹珠放在隔间 A 中以使列总数均匀。第2列已经有偶数个弹珠，因此海尔必须将隔间 B 留空。使用类似的推理，海尔必须将 C 留空，并将弹珠放在 D 和 E 中。因此，海尔只需要考虑 2×2 的空间部分即可，可以用16种不同的方式将弹珠放置在盒子中。

样题九 最优加工流程（难）

答案：B

解析：

此题需要使用贪心算法来解题，贪心算法就是指在每一阶段进行局部最优选择以寻求全局最优解的启发式问题求解算法。在许多问题中使用贪心算法往往不会产生最优解，但它仍可以产生局部最优解，在合理的时间内，它是近似全局最优解的。所以首先，找到在 A、B 任意一车间中加工时间最少的零部件。如果这个最少时间是在车间 A，则将该零部件放在生产线的起始；如果是在车间 B，则将其放在生产线的末端。一直重复此操作，直到形成完整的生产加工流程。

生产线顺序的形成过程如下：

				3
			2	3
1			2	3
1		4	2	3
1	5	4	2	3

即加工零件的顺序为：1号-5号-4号-2号-3号。

某零部件在 B 车间的开始时间是该零部件在 A 车间的完成时间与上一个零部件在 B 车间完成时间的最大值。

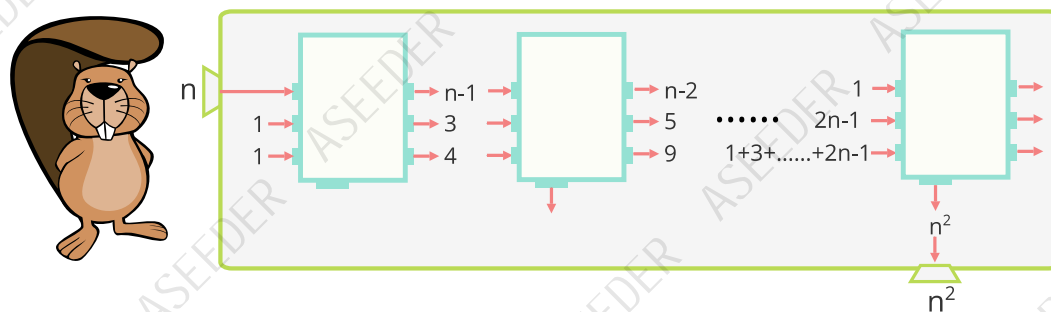
即一共需要34小时。

编号	1	5	4	2	3
A 车间完成时间	3	13	20	25	33
B 车间完成时间	9	22	26	28	34

样题十 数学机器（难）

答案：D

解析：由题意可看出，若输入数字1，则输出结果为1。若输入数字 n (n 不为1)，直至数字 n 减为1，则机器才会产生输出结果，且输出结果是以1为开始的 n 个奇数的等差数列求和问题。因此，数学机器输出的结果是输入数字的平方： n^2 。如图所示：

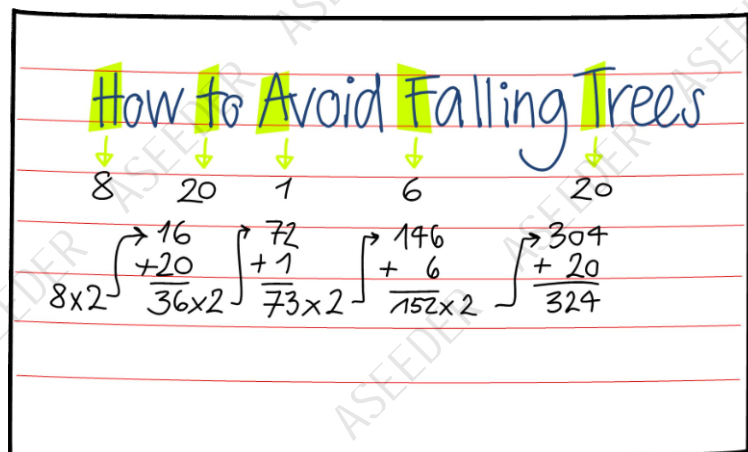


选项中只有 1100400 是完全平方数。如果要验证四个数字是否为完全平方数，可采用手动开方或使用计算器进行验证。

样题十一 借书（中）

答案：B 第二行第四列

解析

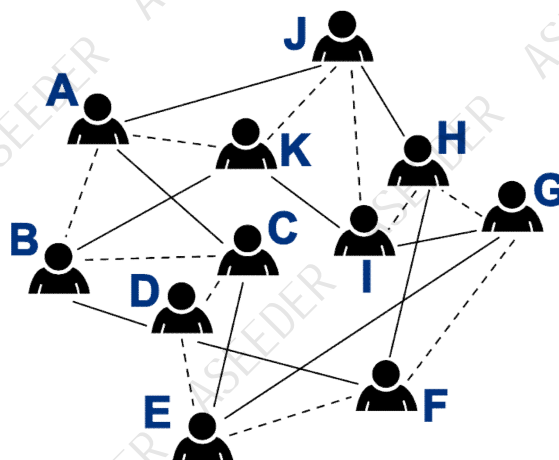


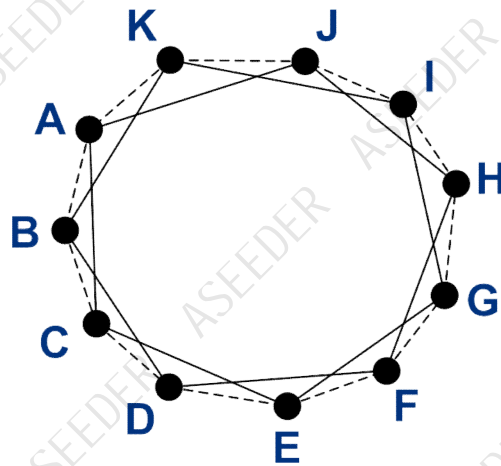
样题十二 审计委员会（难）

答案：B

解析

为了方便起见，我们用字母来命名议会成员（如下图）。我们发现从每个点出发都有四条线。在右侧将图形重新排列的图中，结构可以更为清晰。





例如，点 C 只与 A、B、D、E 有关系。

因为图表没有任何特殊点、可以从任何地方开始选择审计委员会的成员。

如果选择了成员 A，按照逆时针的顺序离成员 A 最近的且与他没有关系的成员是 D。下一个与 D 没有关系的成员为 G，接着是 J。但 J 与 A 有关系，所以不可能在审计委员会。在这种情况下，只有 3 个成员 A、D、G 是独立的。

无论从哪个点出发，都会得到同样数量的审计委员会成员，因此，这个委员会的成员不可能超过 3 人。